Les mathématiques en perspective

Euclide et Archimède leur ont montré la voie
D’abord l’arithmétique puis les mathématiques
Sont né de l’ambition de connaitre les lois
De ce qui les entourent dans un élan mythique

Notre histoire du monde mesurée de calculs
Est l’histoire des nombres qui se groupent en cumuls
Notre temps nous apporte une aide sans pareil
Car nos mathématiques sont dans des logiciels

Pascal René Descartes surtout Wilhelm Leibniz
Sont porteurs de systèmes ouvrant sur l’infini
Et avec eux on entre dans la mathématique
Pour au vingt -ème siècle créer l’algorithmique

Et juste avant la guerre on crée une médaille
Qui récompensera les mathématiciens
De moins de quarante ans et qui par leur travail
Auront posé les bases du calcul de demain

Cette médaille Field est une surenchère
De chercheurs de génie inexistant naguères
Ils se nomment Gödel et Douglas Hofstadter
Et mélanie Michell qui sont les plus diserts

Le génie des génies un nommé Kurt Gödel
A moins de vingt-six ans il publie son modèle
Qu’il nomme théorème de l’incomplétude
Ainsi que complétude pour finir son étude

La complétude du calcul des prédicats
Ainsi que la théorie des fonctions récursives
Sont en mathématiques des travaux délicats
Qui demandent au chercheur l’intuition instinctive

A la fin de sa vie Gödel qui est très croyant
Par les mathématiques annonce à ses amis
Qu’il a formé la preuve que Dieu est existant
Les équations sont là et la preuve établie

S’appuyant sur Anselme de Cantorbéry
Ainsi que sur Leibnitz et sa philosophie
Gödel créera la preuve dite ontologique
Que notre Dieu existe par les mathématiques

jpGabrillac

Preuve ontologique de Gödel sur l’existence de Dieu

$$
\begin{array}{ll}
\text{Ax. 1.} & P(\varphi) \wedge \Box\, \forall x[\varphi(x) \to \psi(x)] \to P(\psi) \\
\text{Ax. 2.} & P(\neg\varphi) \iff \neg P(\varphi) \\
\text{Th. 1.} & P(\varphi) \to \Diamond\, \exists x\, [\varphi(x)] \\
\text{Df. 1.} & G(x) \iff \forall\varphi[P(\varphi) \to \varphi(x)] \\
\text{Ax. 3.} & P(G) \\
\text{Th. 2.} & \Diamond\, \exists x\, G(x) \\
\text{Df. 2.} & \varphi \text{ ess } x \iff \varphi(x) \wedge \forall\psi\{\psi(x) \to \Box\, \forall y[\varphi(y) \to \psi(y)]\} \\
\text{Ax. 4.} & P(\varphi) \to \Box\, P(\varphi) \\
\text{Th. 3.} & G(x) \to G \text{ ess } x \\
\text{Df. 3.} & E(x) \iff \forall\varphi[\varphi \text{ ess } x \to \Box\, \exists x\, \varphi(x)] \\
\text{Ax. 5.} & P(E) \\
\text{Th. 4.} & \Box\, \exists x\, G(x)
\end{array}
$$

En partant des hypothèses suivantes

La preuve s'appuie sur les définitions et axiomes suivants :

- Définition 1 : x est divin (propriété que l'on note G(x)) si et seulement si x contient comme propriétés essentielles toutes les propriétés qui sont positives[1] et seulement celles-ci.
- Définition 2 : A est une essence de x si et seulement si pour chaque propriété B, si x contient B alors A entraîne nécessairement B.
- Définition 3 : x existe nécessairement si et seulement si chaque essence de x est nécessairement exemplifiée.
- Axiome 1 : Toute propriété entraînée par — c'est-à-dire impliquée uniquement par — une propriété positive est positive.
- Axiome 2 : Une propriété est positive si et seulement si sa négation n'est pas positive.
- Axiome 3 : La propriété d'être divin est positive.
- Axiome 4 : Si une propriété est positive, alors elle l'est nécessairement.
- Axiome 5 : L'existence nécessaire est positive.

De ceux-ci et des axiomes de la logique modale, on déduit, dans l'ordre :

- Théorème 1 : Si une propriété est positive, alors elle est possiblement exemplifiée.
- Théorème 2 : La propriété d'être divin est possiblement exemplifiée.
- Théorème 3 : Si x est divin, alors la propriété d'être divin est une essence de x.
- Théorème 4 : La propriété d'être divin est nécessairement exemplifiée